Farte, Gheorghe-Ilie. 2014. "Inferences traditionelles comme n-lemmes."
Argumentum. Journal of the Seminar of Discursive Logic, Argumentation Theory and Rhetoric, 12 (2): 136-140

Gheorghe-Ilie FÂRTE
Université «Alexandru Ioan Cuza» de Iaşi (Roumanie)

Inférences traditionnelles comme n-lemmes[1]

Abstract: In this paper we propose to present from a new perspective some *loci comunes* of traditional logic. More exactly, we intend to show that some hypothetico-disjunctive inferences (i.e. the complex constructive dilemma, the complex destructive dilemma, the simple constructive dilemma, the simple destructive dilemma) and two hypothetico-categorical inferences (namely modus ponendo-ponens and modus tollendo-tollens) particularize two more abstract inferential structures: the constructive *n*-lemma and the destructive n-lemma.

Keywords: n-lemma, hypothetico-disjunctive inferences, hypothetico-categorical inferences, expanded structure, simplification

Même si elle a comme objet les « lois nécessaires de l'entendement et de la raison en général » (Kant 1840, 4), autrement dit « la simple forme de la pensée en général » (Kant 1840, 4), la logique infirme l'affirmation d'Immanuel Kant selon laquelle, « [d]e nos jours il n'y a pas eu de logiciens célèbres, et nous n'avons besoin d'aucune nouvelle invention en logique » (Kant 1840, 20). Jean Blaize Grize a constaté – correctement – que la logique évolue de façon permanente, certaines directions étant plus évidentes, pendant le dernier siècle (Grize 1967, 142) :

- la complétion de la syntaxe logique par des essais de sémantique et de pragmatique logique;
- la présentation des résultats plus anciens de la logique dans des perspectives nouvelles;
- la recherche des éléments essentiels qui constituent les fondements de la logique;
- l'émergence de certaines préoccupations d'ordre métathéorique.

Afin de mettre en évidence le caractère progressif du processus de formalisation et afin d'illustrer l'importance de la présentation d'une nouvelle perspective des lieux communs de la logique traditionnelle, nous

[1] L'article a été traduit en français par Diana Gradu.

nous proposons de montrer que les inférences hypothético-disjonctives, à savoir le dilemme complexe constructif (DCC), le dilemme complexe destructif (DCD), le dilemme simple constructif (DSC) et le dilemme simple destructif (DSD), tout comme deux inférences hypothético-catégoriques, notamment *modus ponendo-ponens* (MPP) et *modus tollendo-tollens* (MTT) particularisent deux structures d'inférence plus abstraites: le *n*-lemme constructif (NLC) et le *n*-lemme destructif (NLD).

$p \to q$	$p \to q$	$p \to q$	$p \to q$		
$r \to s$	$r \to s$	$r \to q$	$p \to r$	$p \to q$	$p \to q$
$p \vee r$	$\sim q \vee \sim s$	$p \vee r$	$\sim q \vee \sim r$	p	$\sim q$
$q \vee s$	$\sim p \vee \sim r$	Q	$\sim p$	q	$\sim p$
(DCC)	(DCD)	(DSC)	(DSD)	(MPP)	(MTT)

Sur la structure *n*-du lemme constructif on peut argumenter, de façon valide, dans la forme qui suit:
(NLC): En étant données *n* propositions implicatives et en étant présente au moins l'une des conditions, il résulte nécessairement qu'on a, au moins, l'une des conséquences.

Sur la structure *n*-du lemme destructif, les argumentations valides se présentent sous une forme contre-posée:
(NLD) En étant données *n* des propositions implicatives et n'ayant aucune des conséquences, il résulte nécessairement qu'il n'y a aucune des conditions.

En utilisant, au lieu des variables propositionnelles, des formules génériques des suites $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$, respectivement $\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_n$, on peut rendre les structures d'inférence définies plus haut, de la manière suivante:

$\varphi_1 \to \psi_1$	$\varphi_1 \to \psi_1$
…	…
$\varphi_n \to \psi_n$	$\varphi_n \to \psi_n$
$\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_n$	$\sim \psi_1 \vee \ldots \vee \sim \psi_n$
$\psi_1 \vee \ldots \vee \psi_n$	$\sim \varphi_1 \vee \ldots \vee \sim \varphi_n$
(NLC)	(NLD)

On peut facilement observer que tous les quatre dilemmes de la logique traditionnelle sont *n*-lemmes qui contiennent *deux* propositions implicatives. Dans le cas des dilemmes étiquetés comme « complexes », l'implication connecte des propositions – en principe – différentes; par

contraste, les propositions conditionnelles des dilemmes considérés (en quelque sorte de façon paradoxale) simples ont le conséquent, respectivement l’antécédent, communs. En fait, les dilemmes simples (DSC) et (DSD) sont les variantes *simplifiées* de certaines structures dilemmatiques devenues redondantes par la présence du conséquent, respectivement de l’antécédent commun. Cette simplification est opérée en vertu de la loi de l’idempotence de la disjonction inclusive (en expression formelle: $\varphi \vee \ldots \vee \varphi = \varphi$).

$$\frac{\begin{array}{l}\varphi_1 \rightarrow \psi_1 \\ \varphi_2 \rightarrow \psi_1 \\ \varphi_1 \vee \varphi_2\end{array}}{\psi_1 \vee \psi_1} = \frac{\begin{array}{l}\varphi_1 \rightarrow \psi_1 \\ \varphi_2 \rightarrow \psi_1 \\ \varphi_1 \vee \varphi_2\end{array}}{\psi_1} \qquad \frac{\begin{array}{l}\varphi_1 \rightarrow \psi_1 \\ \varphi_1 \rightarrow \psi_2 \\ \sim \psi_1 \vee \sim \psi_2\end{array}}{\sim \varphi_1 \vee \sim \varphi_1} = \frac{\begin{array}{l}\varphi_1 \rightarrow \psi_1 \\ \varphi_1 \rightarrow \psi_2 \\ \sim \psi_1 \vee \sim \psi_2\end{array}}{\sim \varphi_1}$$

(DSC) (DSD)

Le fait que les soi-disant dilemmes simples ne sont d’autre chose que des variantes simplifiées de certaines structures dilemmatiques redondantes, qui résultent de la présence du conséquent ou de l’antécédent commun, est illustré par la possibilité de la dérivation de deux nouveaux dilemmes « simples »: (DSD’), respectivement (DSC’). Il faut reconnaître, à la suite de l’élimination de la redondance, les « cornes du dilemme » sont disparues, à savoir les prémisses disjonctives, et les nouvelles inférences sont transformées d’inférences hypothético-disjonctives en inférences hypothético-catégoriques. Pourtant, ces deux schémas de raisonnement sont tout aussi valides et peuvent être utiles dans la pratique de l’argumentation que les dilemmes traditionnels.

$$\frac{\begin{array}{l}\varphi_1 \rightarrow \psi_1 \\ \varphi_2 \rightarrow \psi_1 \\ \sim \psi_1 \vee \sim \psi_1\end{array}}{\sim \varphi_1 \vee \sim \varphi_2} = \frac{\begin{array}{l}\varphi_1 \rightarrow \psi_1 \\ \varphi_2 \rightarrow \psi_1 \\ \sim \psi_1\end{array}}{\sim \varphi_1 \vee \sim \varphi_2} \qquad \frac{\begin{array}{l}\varphi_1 \rightarrow \psi_1 \\ \varphi_1 \rightarrow \psi_2 \\ \varphi_1 \vee \varphi_1\end{array}}{\psi_1 \vee \psi_2} = \frac{\begin{array}{l}\varphi_1 \rightarrow \psi_1 \\ \varphi_1 \rightarrow \psi_2 \\ \varphi_1\end{array}}{\psi_1 \vee \psi_2}$$

(DSD’) (DSC’)

Il nous paraît intéressant à remarquer que les inférences hypothético-catégoriques (MPP) et (MTT) découlent, par simplification, d’une instanciation limite du *n*-lemme constructif, respectivement du *n*-lemme destructif. Plus exactement, elles s’obtiennent de structures dilemmatiques devenues redondantes à cause du fait que les propositions implicatives de leur composante ont tant l’antécédent que le conséquent commun. La simplification est autorisée, à part la loi de l’idempotence de la disjonction

inclusive, par la loi de l'idempotence de la conjonction, qui lie, implicitement, les prémisses de tout raisonnement (en expression formelle : $\varphi \wedge \ldots \wedge \varphi = \varphi$). Ainsi, le *modus ponendo-ponens* peut être traité comme monolemme constructif (MC)), et le *modus tollendo-tollens* comme monolemme destructif (MD).

$$\begin{array}{l} \varphi_1 \to \psi_1 \\ \varphi_1 \to \psi_1 \\ \varphi_1 \vee \varphi_1 \\ \hline \psi_1 \vee \psi_1 \end{array} = \begin{array}{l} \varphi_1 \to \psi_1 \\ \varphi_1 \\ \hline \psi_1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \varphi_1 \to \psi_1 \\ \varphi_1 \to \psi_1 \\ \sim \psi_1 \vee \sim \psi_1 \\ \hline \sim \varphi_1 \vee \sim \varphi_1 \end{array} = \begin{array}{l} \varphi_1 \to \psi_1 \\ \sim \psi_1 \\ \hline \sim \varphi_1 \end{array}$$

(MPP/ MC) (MTT/ MD)

Par l'instanciation successive et systématique des méta-structures inférentielles (NLC) et (NLD) on peut ajouter aux deux mono-lemmes et aux six dilemmes (quatre de ceux-ci, non redondants, étant présents en tant que lieux communs dans la logique traditionnelle) une suite infinie et nombrable de trilemmes, tétralemmes,..., décalemmes. Pour exemplifier, nous rendons, en ce qui suit, les formes correspondantes du trilemme complexe constructif (TCC), respectivement destructif (TCD) tout comme du trilemme simple constructif (TSC), respectivement destructif (TSD).

$$\begin{array}{l} \varphi_1 \to \psi_1 \\ \varphi_2 \to \psi_2 \\ \varphi_3 \to \psi_3 \\ \varphi_1 \vee \varphi_2 \vee \varphi_3 \\ \hline \psi_1 \vee \psi_2 \vee \psi_3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \varphi_1 \to \psi_1 \\ \varphi_2 \to \psi_2 \\ \varphi_3 \to \psi_3 \\ \sim \psi_1 \sim \psi_2 \vee \sim \psi_3 \\ \hline \sim \varphi_1 \sim \varphi_2 \vee \sim \varphi_3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \varphi_1 \to \psi_1 \\ \varphi_2 \to \psi_1 \\ \varphi_3 \to \psi_1 \\ \varphi_1 \vee \varphi_2 \vee \varphi_3 \\ \hline \psi_1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \varphi_1 \to \psi_1 \\ \varphi_1 \to \psi_2 \\ \varphi_1 \to \psi_3 \\ \sim \psi_1 \sim \psi_2 \vee \sim \psi_3 \\ \hline \sim \varphi_1 \end{array}$$

(TCC) (TCD) (TSC) (TSD)

Toujours des structures trilemmatiques, évidemment redondantes, il faut considérer les inférences dans le cas où les trois implications composantes contiennent un ou plusieurs conséquents, respectivement antécédents communs. Ces trilemmes redondants peuvent, ensuite, être simplifiés à la base de l'idempotence de la disjonction inclusive, respectivement de la conjonction.

$$\begin{array}{l} \varphi_1 \to \psi_1 \\ \varphi_2 \to \psi_1 \\ \varphi_3 \to \psi_1 \\ \sim \psi_1 \vee \sim \psi_1 \vee \sim \psi_1 \\ \hline \sim \varphi_1 \sim \varphi_2 \vee \sim \varphi_3 \end{array} = \begin{array}{l} \varphi_1 \to \psi_1 \\ \varphi_2 \to \psi_1 \\ \varphi_3 \to \psi_1 \\ \sim \psi_1 \\ \hline \sim \varphi_1 \sim \varphi_2 \vee \sim \varphi_3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \varphi_1 \to \psi_1 \\ \varphi_1 \to \psi_2 \\ \varphi_1 \to \psi_3 \\ \varphi_1 \vee \varphi_1 \vee \varphi_1 \\ \hline \psi_1 \vee \psi_2 \vee \psi_3 \end{array} = \begin{array}{l} \varphi_1 \to \psi_1 \\ \varphi_1 \to \psi_2 \\ \varphi_1 \to \psi_3 \\ \varphi_1 \\ \hline \psi_1 \vee \psi_2 \vee \psi_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}\varphi_1 \to \psi_1\\ \varphi_2 \to \psi_1\\ \varphi_3 \to \psi_2\\ \sim \psi_1 \vee \sim \psi_1 \vee \sim \psi_2\\ \hline \sim \varphi_1 \sim \varphi_2 \vee \sim \varphi_3\end{array} = \begin{array}{l}\varphi_1 \to \psi_1\\ \varphi_2 \to \psi_1\\ \varphi_3 \to \psi_2\\ \sim \psi_1 \vee \sim \psi_2\\ \hline \sim \varphi_1 \sim \varphi_2 \vee \sim \varphi_3\end{array} \qquad \begin{array}{l}\varphi_1 \to \psi_1\\ \varphi_1 \to \psi_2\\ \varphi_2 \to \psi_3\\ \varphi_1 \vee \varphi_1 \vee \varphi_2\\ \hline \psi_1 \vee \psi_2 \vee \psi_3\end{array} = \begin{array}{l}\varphi_1 \to \psi_1\\ \varphi_1 \to \psi_2\\ \varphi_2 \to \psi_3\\ \varphi_1 \vee \varphi_2\\ \hline \psi_1 \vee \psi_2 \vee \psi_3\end{array}$$

En intégrant les inférences hypothético-catégoriques et les inférences hypothético-disjonctives traditionnelles dans deux structures inférentielles ayant un degré plus élevé d'abstraction, respectivement en ouvrant la suite des trilemmes, des tétralemmes, des pentalemmes, etc., qui initient les deux méta-structures inférentielles, nous n'avons fait d'autre démarche que celle de mettre en évidence l'unité remarquable de la pensée logique. L'opération de formalisation ne nous conduit pas d'un contenu de pensée à *une* forme logique, mais vers une *pluralité* de formes logiques, situées à de différents degrés d'abstraction[2]. Ces formes logiques peuvent être *unifiées* en variantes redondantes (qui s'obtiennent par expansion) à un niveau supérieur d'abstraction, tout comme elles peuvent être *différenciées* en variantes simplifiées (qui supposent l'application des lois logiques telle la loi de l'idempotence) à un niveau inférieur d'abstraction.

Les inférences hypothético-catégoriques ou hypothético-disjonctives, tout comme d'autres structures inférentielles peuvent être reconnues, mémorisées et appliquées plus facilement dans le processus de connaissance et de communication, si elles sont traitées comme des instances des méta-structures communes, et non pas comme des entités disparates, dépourvues de liens essentiels entre elles.

Références

GRIZE, Jean-Blaise. 1967. « Historique. Logique des classes et des propositions. Logique des prédicats. Logiques modales. » Dans *Logique et connaissance scientifique*, volume publié sous la direction de Jean Piaget, 135-289. Paris: Gallimard.

HOYNINGEN-HUENE, Paul. *Formal Logic: A Philosophical Approach*. Pittsburgh: University of Pittsburgh.

KANT, Immanuel. 1840. *Logique*. Traduite de l'allemand par Jh. Tissot. Paris: Ladrange.

WHATELY, Richard. 1849. *Logic*. London: J.J. Griffin.

[2] Il ne faut pas perdre de vue le fait que les soi-disant contenus de pensée sont, dans une mesure variable, abstraites.